

数 学

科目：数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B・数C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題冊子は表紙を含めて2枚、解答用紙は4枚、下書用紙は1枚です。
試験開始の合図があつてから確かめなさい。
3. 解答用紙に受験番号を記入しなさい。ただし、氏名を書いてはいけません。
4. 文字などの印刷に不鮮明なところがあつた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。ただし、「総得点欄」「採点欄」「得点欄」に記入してはいけません。また、解答用紙の裏面を使用してはいけません。
6. 問題冊子の余白および裏面は、下書きとして利用してかまいません。
7. 配付された問題冊子、下書用紙は持ち帰りなさい。

問題用紙

(数学)

問題1 -3 以上 3 以下の範囲に含まれる7つの整数がそれぞれ1つずつ書かれた7枚のカードが箱に入っている。その箱からでたらめにカードを1枚取り出し、そのカードに書かれていた数を A とする。そのカードを箱に戻したうえでもう一度でたらめにカードを1枚取り出し、そのカードに書かれていた数を B とする。このとき、2次関数 $f(x) = x^2 + 2Ax + B$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 放物線 $y = f(x)$ の $x = 1$ における接線の傾きが正となる確率を求めなさい。
- (2) 放物線 $y = f(x)$ の頂点の y 座標が正となる確率を求めなさい。
- (3) 不等式 $A < \int_0^1 f(x)dx < 0$ が成り立つ確率を求めなさい。

問題2 s および t を正の実数とする。関数 $f(x) = x^2 \log x$ ($x > 0$)について、 $f(s) = 0$ が成り立ち、かつ、 $f(x)$ は $x = t$ で極小値をとるとする。次の問いに答えなさい。

- (1) s の値を求めなさい。
- (2) t の値を求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ ($x \geq t$)と直線 $x = t$ 、および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

問題3 α を実部と虚部がともに正であるような複素数とする。複素数平面上の異なる4点 $O(0)$, $A(\alpha)$, $B(\alpha^2)$, $C(\alpha^3)$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) 四角形 $OABC$ が平行四辺形となるような α の値を求めなさい。ただし、平行四辺形の対角線がそれぞれの中点で交わることを用いても良い。
- (2) (1)のときの $\angle AOC$ を求めなさい。
- (3) $\triangle OAB$ が直角二等辺三角形となるような α の値を全て求めなさい。

問題4 関数 $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$ ($-2 \leq x \leq 2$)について、曲線 $y = f(x)$ と直線 $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 、および x 軸、 y 軸で囲まれた図形を D とする。次の問いに答えなさい。

- (1) D を x 軸のまわりに1回転させてできる回転体の体積 V を求めなさい。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求めなさい。
- (3) 定積分 $\int_0^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} f(x)\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}dx$ の値を求めなさい。